



Apellido paterno:	Apellido materno:	Nombre:

Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3	Total	Nota

- Instrucciones:**
- **NO HAY CONSULTAS.** Las respuestas sin desarrollo o sin justificación, no dan puntaje.
 - Conteste en forma ordenada y justifique adecuadamente cada respuesta.
 - Queda prohibido el uso de calculadoras programables, formulario y **celulares**.

$$\text{Nota} = 1 + \frac{\text{Puntos}}{10}$$

Duración = 60 minutos

1) [25 ptos]

a) [10 ptos] Usando álgebra de proposiciones, simplifique al máximo la proposición:

$$p \Leftrightarrow (p \wedge q)$$

b) [5 ptos] Determine el valor de verdad, justificando adecuadamente su respuesta, de la siguiente proposición:

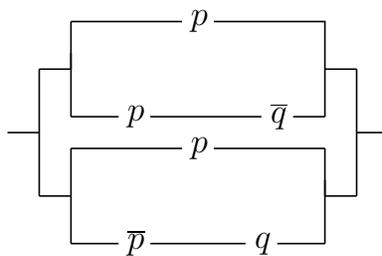
$$(\forall x \in \mathbb{R})(x^2 - 2x - 5 \leq 0)$$

c) [10 ptos] Sea $P = \{-2, 2, 1\}$. Determine el valor de verdad, justificando adecuadamente su respuesta, de la siguiente proposición:

$$(\forall x \in P)(\forall y \in P)(xy > 0 \Rightarrow x + y \in P)$$

Posteriormente, negar la proposición.

2) [15 ptos] Considere el circuito



Se pide:

- [5 ptos] Expresar la proposición asociada.
- [5 ptos] Simplifique al máximo la proposición del punto anterior.
- [5 ptos] Dibuje el circuito asociado a la proposición encontrada en el punto *b*).

3) [20 ptos]

a) [10 ptos] Pruebe, usando álgebra de conjuntos, que:

$$A \cup [(A - B) \cap B] \cup (A^c \cup B)^c = A$$

b) [10 ptos] En una encuesta sobre preferencias en la lectura de los periódicos “La Cuarta”, “Las últimas noticias” y “El Mercurio” se obtuvo la siguiente información:

55 encuestados leen “La Cuarta”

15 sólo leen “La Cuarta” y “Las últimas noticias”

33 leen “La Cuarta” y “El Mercurio”

3 sólo leen “El Mercurio”

25 leen los tres periódicos

46 leen “Las últimas noticias”

6 no leen estos periódicos

2 sólo leen “Las últimas noticias” y “El Mercurio”

Determine:

- i) La cantidad de personas encuestadas.
- ii) La cantidad de personas que leen sólo “La Cuarta”.

PAUTA

1) a) Tenemos que

$$\begin{aligned} & p \Leftrightarrow (p \wedge q) \\ \equiv & [p \Rightarrow (p \wedge q)] \wedge [(p \wedge q) \Rightarrow p] && (1 \text{ pts.}) \\ \equiv & [\bar{p} \vee (p \wedge q)] \wedge [(p \wedge q) \vee p] && (2 \text{ pts.}) \\ \equiv & [\bar{p} \vee q] \wedge [(\bar{p} \vee \bar{q}) \vee p] && (1 \text{ pts.}) \\ \equiv & [\bar{p} \vee q] \wedge [(\bar{p} \vee p) \vee \bar{q}] && (1 \text{ pts.}) \\ \equiv & [\bar{p} \vee q] \wedge [V \vee \bar{q}] && (2 \text{ pts.}) \\ \equiv & [\bar{p} \vee q] \wedge V && (1 \text{ pts.}) \\ \equiv & \bar{p} \vee q && (2 \text{ pts.}) \end{aligned}$$

b) La proposición es falsa. Por ejemplo, considerando $x = 4$, tenemos que

$$(3 = 4^2 - 2(4) - 5 \leq 0) \equiv \text{Falso} \quad (5 \text{ pts.})$$

c) La proposición es falsa. Por ejemplo, para $x = 2$ e $y = 1$ tenemos que

$$((2)(1) \geq 0 \Rightarrow 2 + 1 \in P) \equiv \text{Falso} \quad (7 \text{ pts.})$$

La negación de la proposición es:

$$(\exists x \in P)(\exists y \in P)(xy > 0 \wedge x + y \notin P) \quad (3 \text{ pts.})$$

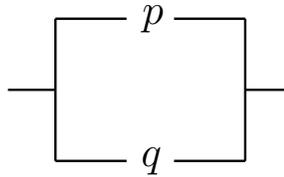
2) a) La proposición asociada al circuito es

$$[p \vee (p \wedge \bar{q})] \vee [p \vee (\bar{p} \wedge q)] \quad (5 \text{ pts.})$$

b) Tenemos

$$\begin{aligned} & [p \vee (p \wedge \bar{q})] \vee [p \vee (\bar{p} \wedge q)] \\ & p \vee [p \vee q] \\ & p \vee q \end{aligned} \quad (5 \text{ pts.})$$

c) El circuito asociado a la proposición del punto b) es



(5 pts.)

3) a) Tenemos

$$\begin{aligned}
 A \cup [(A - B) \cap B] \cup (A^c \cup B)^c &= A \cup [(A \cap B^c) \cap B] \cup (A \cap B^c) && (4 \text{ pts.}) \\
 &= A \cup [A \cap (B^c \cap B)] \cup (A \cap B^c) && (4 \text{ pts.}) \\
 &= A \cup (A \cap B^c) && (1 \text{ pts.}) \\
 &= A && (1 \text{ pts.})
 \end{aligned}$$

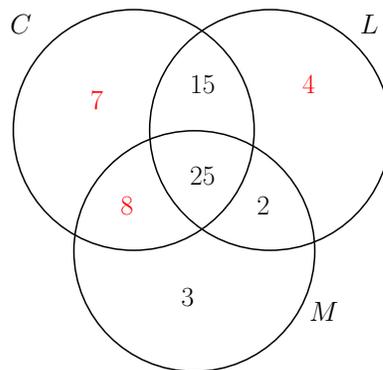
b) Sean

C el conjunto de personas que leen “La Cuarta”.

L el conjunto de personas que leen “Las últimas noticias”.

M el conjunto de personas que leen “El Mercurio”.

La situación se resume en el siguiente diagrama



(4 pts.)

Así, tenemos que

i) Fueron encuestadas 70 personas. (3 pts.)

ii) 7 personas leen sólo “La Cuarta”. (3 pts.)